/

Zbigniew Semadeni
Emerytowany profesor zwyczajny
Instytutu Matematyki
Uniwersytetu Warszawskiego

Warszawa, 6 września 2018

Recenzja pracy doktorskiej Bartłomieja Skowrona

„Postulaty metafilozofii matematyki i stopień ich realizacji w formalnym funkcjonalizmie Saundersa Mac Lane'a"

dla Rady Wydziału Filozoficznego
Uniwersytetu Papieskiego Jana Pawła II w Krakowie

Promotor: ks. dr hab. Adam Olszewski, prof. UPJPII

Temat pracy

Celem nadrzędnym, który Autor sobie postawił, jest możliwie wyczerpujące przedstawienie własnej interpretacji filozofii matematyki Mac Lane'a i rekonstrukcja niejawnej ontologii tkwiącej w jego rozważaniach.

Jako cele podrzędne Autor przyjął:

1) przedstawienie metafilozofii Mac Lane'a i ocena stopnia jej realizacji w jego filozofii matematyki;

2) przedstawienie poglądów Mac Lane'a na temat źródeł matematyki, jej proteuszowości, formalizmu w matematyce i ujęcia matematyki jako sieci;

3) rekonstrukcja ontologii idei matematycznych Mac Lane'a i jego ontologii formy matematycznej;

4) przedstawienie elementów filozofii teorii kategorii.

Tezą rozprawy jest stwierdzenie, że ukrytą ontologią w ujęciu Mac Lane'a jest ontologia jego form i idei. Autor twierdzi, że ta druga jest spokrewniona z ontologią platońską, pomimo zapewnień Mac Lane'a o jego zdecydowanym antyplatoniźmie. Twierdzi też, że ontologia formy matematycznej Mac Lane'a jest ontologią przedmiotu intencjonalnego.

Autor dokonał przeglądu publikacji dotyczących dorobku Mac Lane'a i stwierdził, że na ogół nie omawia się tam jego poglądów filozoficznych, bądź traktuje się je skrótowo. Recenzowana praca jest więc zapewne pierwszą, w której te poglądy są tak wnikliwie analizowane.

Zawartość pracy, sposób ujęcia problemu

Autor sporządził bardzo dokładny, trójpoziomowy spis treści, istotnie ułatwiający ogarnięcie zagadnień poruszanych w pracy. Dla celów recenzji spośród 9 rozdziałów Autora wyodrębnię trzy grupy zagadnień.

Grupa pierwsza, do której zaliczam rozdziały 1 i 2, poświęcona jest osobie Mac Lane'a, jego życiu, działalności, najważniejszym jego osiągnięciom w teorii kategorii, jego poglądom metafilozoficznych oraz stosunkowo skromnej recepcji Mac Lane'a i teorii kategorii w polskiej filozofii i matematyce.

Do drugiej grupy zaliczam rozdziały 3, 4, 5, 6 i 9, w których Autor daje dość dokładny przegląd wybranych działów matematyki w ujęciu Mac Lane'a, głównie oparty na jego książce *Mathematics, Form and Function* (1986). Są to rozdziały:

(3) Liczby naturalne,
(4) Funkcje i przekształcenia,
(5) Permutacje, symetrie i grupy,
(6) Rozwój form matematycznych (matematyczna aktywność),
(9) Elementy teorii kategorii.

Jądrem pracy, moim zdaniem, są rozdziały 7 i 8, w których Autor poddaje filozoficznej analizie matematyczne wypowiedzi Mac Lane'a.

Rozdział 7, zatytułowany *ontologia idei*, podejmuje wiele zagadnień, w tym analizę Mac Lane'owskich nieformalnych idei matematycznych, odgrywających kluczową rolę w jego ujmowaniu matematyki.

W 7.1 Autor wyszukał i zrekonstruował aż 17 cech idei, które – zgodnie z interpretacją Autora – przejawiały się w wypowiedziach Mac Lane'a o ideach w książce *Mathematics. Form and Function.*

W 7.2 Autor, wzorując się na badanych przez Romana Ingardena pojęciach ontologicznych, sformułował 8 *ontologicznych pytań kontrolnych.* Następnie, analizując różne wypowiedzi Mac Lane'a o ideach, sformułował swe odpowiedzi na te 8 pytań, w szczególności stwierdził, że idee Mac Lane'a są samoistne i są samodzielne. Analizował też kwestię, czy te idee są pierwotne, czy są bytowo niezależne i czy można dowolnie zmieniać idee. Idee Mac Lane'a są mgliste; możemy je poznać, gdy je sformalizujemy.

Podrozdział 7.3 poświęcony jest związkom idei Mac Lane'a z wieloma zagadnieniami:

- przedmioty intencjonalne w ujęciu Ingardena,
- zmienne i stałe w zawartościach idei,
- idee nie są pojęciami,
- formalizacje Mac Lane'a jako przedmioty intencjonalne bądź czysto intencjonalne,
- przedmioty pierwotnie i wtórnie czysto intencjonalne,
- dwupodmiotowość przedmiotów intencjonalnych (Autor w tym kontekście rozważa różne formalizacje tego samego pojęcia, np. pojęcia funkcji),
- nieokreśloność przedmiotów czysto intencjonalnych,
- utwierdzenia przedmiotów intencjonalnych.

W rozdziale tym Autor rozważa też przedmioty matematyczne jako przedmioty intencjonalne w ujęciu Piotra Błaszczyka.

Podrozdział 7.4 poświęcony jest kluczowej kwestii, czy antyplatonizm matematyczny głoszony explicite i zdecydowanie przez Mac Lane'a ma potwierdzenie w jego działalności naukowej i w jego wypowiedziach o matematyce. W książce *Mathematics. Form and Function* aż 3 strony poświęcone są opisywaniu kilku znanych wersji platonizmu i ich cech, z ostateczną konkluzją, że żadna z tych wersji nie jest akceptowalna. Ponadto antyplatońskie komentarze pojawiają się sporadycznie w innych miejscach książki, w szczególności Mac Lane nie uznaje zobowiązań ontologicznych typu proponowanego przez Quine'a. Autor recenzowanej pracy krytycznie ocenia te wypowiedzi, wytyka pewne niekonsekwencje w nich się kryjące, a w szczególności dochodzi do bardzo mocnego wniosku (s. 216), że *ontologia idei ukryta za analizą matematyki Mac Lane'a jest pełnokrwistą ontologią platońską, wbrew jego własnym deklaracjom.*

Jako recenzent dodam swój własny komentarz. Jak sądzę, istota sporu filozofów o platonizm dotyczy tego, że co nazwałbym „rozszczepieniem platońskim". Z jednej strony w swej codziennej pracy matematycy stale natykają się na platońskie cechy badanych obiektów, co wzmacniane jest bardzo silnymi argumentami dotyczącymi zadziwiającej stosowalności matematyki w badaniu przyrody. Z drugiej strony brak jest odpowiedzi na fundamentalne pytania dotyczące natury i sposobu istnienia owych bytów i ujawniają się wyraźne trudności, gdy problem bada się w ramach mnogościowych podstaw matematyki. To „rozszczepienie platońskie" jest wyraźne u wielu matematyków, a zasługą Autora jest to, że przeprowadził jego staranną analizę u S. Mac Lane'a, jednego najwybitniejszych matematyków XX wieku.

Rozdział 8, zatytułowany *Formalny funkcjonalizm Mac Lane'a*, składa się z kilku podrozdziałów.

Podrozdział 8.1 *Matematyka jest proteuszowa*, omawia koncepcją Mac Lane'a, który – nawiązując do greckiego mitu o bóstwie Proteusz (Πρωτευς, opisany m.in. przez Homera) i do angielskiego znaczenia przymiotnika *protean* (znaczącego: zmienny, mogący przybierać rozmaite postaci) – przez proteuszowość matematyki rozumiał tę jej własność, że ta sama struktura matematyczna ma wiele znaczeń i wiele różnych realizacji empirycznych; matematyka dostarcza wspólnych form, z których każda służy do opisu różnych aspektów zewnętrznego świata.
Proteuszowość matematyki Autor objaśnia na przykładach zaczerpniętych z pracy Mac Lane'a z 1992 r. Arytmetyka, algebra, geometria są proteuszowe. Następnie w 8.1.2 analizuje ontologię proteuszowości, koncentrując się na pracy Mac Lane'a z 1997 r. opisującej rolę teorii kategorii w wyjaśnianiu proteuszowości matematyki. Nie chodzi tu więc – jak w publikacji z 1992 r. – o różne empiryczne wcielenia matematyki, lecz o to, że jedna i ta sama idea z teorii kategorii ma wiele wcieleń w samej matematyce.

Podrozdział 8.2 *Matematyka wedle Mac Lane'a nie potrzebuje podstaw* opisuje jego rozczarowanie tymi nurtami filozofii matematyki, które pretendowały do oparcia matematyki na solidnych podstawach: logicyzm, platonizm, formalizm, intuicjonizm, teoria mnogości, empiryzm. Wprawdzie w zasadzie zabezpieczają one matematykę przed znanymi antynomiami, ale już nie potrafią zapewnić najważniejszego: nie dają gwarancji niesprzeczności matematyki. Zamiast tego Mac Lane lansuje pogląd, że teoria mnogości ZFC i kategoryjna teoria elementarnych toposów stanowią pewne propozycje *organizacji matematyki.* Ta pierwsza teoria zakłada ekstensjonalny charakter matematyki (własność jest utożsamiana z jej zakresem), a ta druga – wskazuje na znaczenie konstrukcji uniwersalnych.
Za centralne pojęcie globalnej organizacji matematyki Mac Lane uważa pojęcie funkcji.

Podrozdział 8.3 nosi angielski tytuł *The formal*, mający wiele odniesień. Prezentacja matematyki jest formalna. Autor analizuje tę kwestię w związku z ontologią matematyki i intencjonalnością form.

Podrozdział 8.4 nosi epistemologiczny tytuł *Prawda w matematyce*. Opisane są poglądy Mac Lane'a, który twierdził, że określenie „prawdziwość" jest nieadekwatne w przypadku matematyki. Rezerwował on ten termin do *science*, do nauk dotyczących realnego świata. Natomiast uważał, że sądy matematyczne są pewne (*certain*), jeśli są poprawnie uzasadnione w ramach jakiegoś systemu. Matematyka, jego zdaniem, może być poprawna (*correct*), skuteczna (*responsive*), oświetlająca (*illuminating*), obiecująca (*promissing*) i istotna (*relevant*). Twierdził on, że matematyka nie potrzebuje ani ontologii, ani epistemologii.
Kładł jednak zdecydowany nacisk na to, że każde twierdzenie matematyczne wymaga akceptowalnego dowodu. Polemizował z nowymi tendencjami (na granicy matematyki i fizyki) do uznawania bardzo zaawansowanych twierdzeń matematycznych na podstawie spekulacji popartych empirycznymi symulacjami.

Podrozdział 8.5 *Matematyka jako sieć* odnosi się do podejścia Mac Lane'a ujmującego matematykę jako rozbudowaną sieć powiązanych systemów formalnych i reguł.

Strona formalna pracy

Układ pracy jest bardzo dobry i świadczy o tym, że Autor wyraźnie panuje nad materiałem. Prezentowane wywody są logiczne i konsekwentne.

Praca jest zasadniczo dobrze zredagowana. Na ogół jest pisana ładnym, klarownym stylem, jakkolwiek zdarzają zdania zbyt rozbudowane lub wymagające przeredagowania dla ich łatwiejszego odbioru.

Wykorzystanie literatury oceniam pozytywnie. Bibliografia (7 stron) jest wystarczająco obszerna, starannie i kompetentnie zestawiona. Zasygnalizuję jednak pewne braki. Nie ma tam ważnej pracy Mac Lane'a *Duality for groups* (1950), w której wprowadził on m.in. kluczowe dla teorii kategorii pojęcie dualności, a także pojęcie kategorii bezobiektowej (na s. 495). Zdarzają się też pomyłki przy podawaniu roku cytowanej publikacji.

W pracy znalazłem pewną ilość potknięć, usterek, nieścisłości, drobnych błędów (np. na s. 100 podane jest, że zbiór $\mathbf{Z}\setminus\{0\}$ z działaniem mnożenia jest grupą; zapewne miał to być zbiór $\mathbf{Q}\setminus\{0\}$ bądź $\mathbf{R}\setminus\{0\}$), jest też nieco literówek oraz miejscami brak jest przecinków bądź postawione są niewłaściwe przecinki. W sumie są to rzeczy łatwe do poprawienia przy przygotowywaniu pracy do publikacji i nie ma to istotnego wpływu na realizację postawionego przez Autora celu naukowego i na ostateczną pozytywną ocenę pracy.

Uwagi krytyczne

Nie udało mi się znaleźć w pracy wyjaśnienia terminu „formalny funkcjonalizm" znajdującego się w tytule pracy i w tytule części 8. Znane są wprawdzie różnorakie znaczenia terminu „funkcjonalizm" w architekturze, w naukach społecznych, w archeologii, w antropologii kultury, w dyskusjach prawnych, w językoznawstwie (gdzie jest przeciwstawiany formalizmowi), w kognitywistyce, a także funkcjonalizm Putmana w teorii umysłu i maszyny Turinga oraz funkcjonalizm jako określenie koncepcji zastąpienia pojęcia substancji pojęciem funkcji. Być może chodzi tu o jakiś wariant tej ostatniej interpretacji, ale żadnego wyjaśnienia w pracy nie znalazłem i nie jest jasne, o jaką substancję miałoby tu chodzić.

Jedyne miejsce, w którym znalazłem ów termin w tekście pracy, to wstęp (s. vii), w którym jako jeden z celów podrzędnych pracy jest *przedstawienie formalnego funkcjonalizmu Mac Lane'a, w tym źródeł matematyki, proteuszowości matematyki, formalizmu matematyki i ujęcia matematyki jako sieci.* Jednakże dalej nie wiem, dlaczego i w jakim sensie Autor użył tu słowa „funkcjonalizm".

Na str. 38 Autor rozważa kwestię ścisłości matematycznej. Zabrakło mi tam odniesienia do dwóch przetłumaczonych na polski artykułów René Thoma, jednego z najwybitniejszych matematyków XX wieku, głęboko zaangażowanego w kwestie filozofii matematyki, mianowicie artykułu *Matematyka „nowoczesna": pomyłka pedagogiczna i filozoficzna*, „Wiadomości Matematyczne" XVIII, 1974, s. 113-129, oraz *Czy istnieje matematyka nowoczesna*, ibidem, s. 130-142. Thom analizuje m.in. ścisłość w matematyce zestawianą z sensem orzekanych sądów, formułując ważną tezę: *Matematyk nadaje sens każdemu zdaniu, co pozwala mu zapomnieć, jakie jest miejsce tego zdania w jakiejkolwiek sformalizowanej teorii. Sens nadaje temu zdaniu status ontologiczny, niezależny od jakiejkolwiek formalizacji* (s. 136). O problemie ścisłości i innych ważnych kwestiach związanych z filozofią matematyki ważne tezy sformułował też Andrzej Mostowski, *Matematyka a logika*, „Wiadomości Matematyczne" XV (1972), s. 79-79.

Na str. 75 Autor powołuje się na opinię Kuratowskiego i Mostowskiego opublikowaną w ich książce, której nie ma w bibliografii (powinna tam być też podstawowa książka H. Rasiowej *Wstęp do matematyki*).

Pisanie tej recenzji utrudniało to, że Autor w wielu miejscach powołuje się na informację z jakiejś książki lub długiego artykułu bez podania odnośnej strony. Powoduje to zbędną stratę czasu, a nieraz praktycznie uniemożliwia to sprawdzenie owej informacji, co jest szczególnie ważne przy stwierdzeniach kontrowersyjnych lub wątpliwych.

Dziwi mnie praktyka Autora, który wielokrotnie pisze, że pewne informacje podaje za innym autorem jakiejś publikacji (np. na s. 173). Jest to standardowa praktyka w przypadku, gdy się nie ma dostępu do oryginału i trzeba z konieczności korzystać ze źródeł pośrednich. Jednakże Autor stosuje to również w przypadku publikacji łatwo dostępnych w bibliotekach polskich instytutów matematyki (np. na s. 173 chodzi o słynną dyskusję szeregu wybitnych matematyków, m.in. W. Thurstona, opublikowaną w Notices of the American Mathematical Society; w innym przypadku chodzi o monografię Kuratowski–Mostowski, *Teoria mnogości*). To nie tylko przecież chodzi o weryfikację cytatu u źródła, ale przede wszystkim poznanie kontekstu, w jakim dana informacja jest umieszczona.

Teraz przejdę do pewnych wypowiedzi Autora, budzących moje zastrzeżenia.

Na str. 32 Autor pisze:

> Mateusz Hohol (2011, 155) wskazuje Mac Lane'a jako prekursora badań pojęciowych podstaw matematyki prowadzonych przez George's Lakoffa i Rafaela Nuneza.

Otóż informacja ta może wprowadzić czytelnika w błąd. Hohol pisał o próbie Lakoffa i Nuneza przedstawienia konceptualnych podstaw matematyki poprzez wskazanie odpowiedniego zestawu metafor, nabytych jako adaptacje psychologiczne w naturalnych procesach selekcyjnych, dodając przy tym, że

> Jako prekursora takiego podejścia wymienić należy Saundersa Mac Lane'a.

Podkreślę tu trzy rzeczy.

• Idea, że w procesie tworzenia pojęć matematycznych używa się z konieczności metaforycznie słów języka potocznego, z których czerpie się zarazem pewne początkowe intuicje, jest bardzo stara. Wiadomo np. od stuleci, że terminy geometryczne pochodzą od podobieństwa figur do przedmiotów znanych z życia, jakkolwiek niekoniecznie określano to słowem *metafora* i nie każdy wiedział, że np. termin *trapez* wywodzi się z greckiego słowa τραπεζα znaczącego: stolik. W Krakowie na konkretny źródłosłów terminów matematycznych zwracała uwagę Zofia Krygowska, podając przykłady metafor takich jak „funkcja rośnie" i podkreślając zarazem, że różnice między potocznym sensem słów a ich sensem matematycznym są nieraz poważnym źródłem trudności uczniów.

• Nie potrafiłem znaleźć potwierdzenia cytowanej tu informacji M. Hohola ani w książce Lakoffa i Nuneza, ani w cytowanej książce Mac Lane'a. Sądzę, że Mac Lane traktował metafory tak jak wszyscy matematycy: jako przenośnie, jako figury językowe, w których znaczenie jednego słowa zostaje przeniesione na inne, często nowe, nieznane obiekty i czynności. Natomiast Lakoff nadał temu słowu zasadniczo inny sens: dla niego są to narzędzia myślenia, percepcji i działania.

• Nie chcę tu wchodzić w szczegóły, ale wielu matematyków ma zasadnicze zastrzeżenia naukowe do rozwijanej przez Lakoffa i Nuneza „nowej dyscypliny naukowej", toteż przypisywanie Mac Lane'owi jakiegokolwiek udziału w tym wątpliwym przedsięwzięciu jest niewłaściwe. To, co w matematyce i filozofii nazywa się abstrahowaniem, Lakoff i Nunez określają jako metaforę, podobnie do metafory sprowadza sie u nich uogólnianie, konkretyzacja, analogia i wiele innych podstawowych pojęć filozoficznych mających wyraźnie różny sens. W części 6 recenzowanej pracy doktorskiej, a szczególnie na s. 107 Autor podaje – za Mac Lane'm – przegląd typowych sytuacji, w których droga rozwoju biegnie od ludzkiego działania do idei; analizuje jego sformułowania dotyczące przeróżnych kwestii takich jak rozwiązywanie problemów, rozszerzenie badanych dziedzin, poszukiwanie niezmienników i analogii, rozpoznawanie wewnętrznych struktur, uogólnienie, abstrahowanie, aksjomatyzacja, analiza dowodów. Jest to podejście zasadniczo odmienne od podejścia Lakoffa i Nuneza, co pokazuje wyraźnie, że wskazywanie Mac Lane'a jako na prekursora badań Lakoffa i Nuneza jest po prostu błędne.

W przypisie na str. 69 Autor pisze, że A. Youschkevitch w pracy o historii pojęcia funkcji (z 1976 r.) *twierdzi, że ogólne pojęcie funkcji jako dowolnej relacji pomiędzy parami punktów, gdzie punkty były brane odpowiednio ze swoich zbiorów, pochodzi z połowy XVIII wieku.* Otóż przeszukałem ową pracę Youschkevitcha i znalazłem tam taki tekst:

> [...] Euler turned to a notion which was always present albeit not explicitly expressed in any method of introducing functions: the general notion of correspondence between pairs of elements,

each belonging to its own set of values of variable quantities. [...] This notion [...] had been used more than once in reasonings implicitly contained in Volume I of the *Introductio* [...]

Błąd Autora polega tu na przypisywaniu matematykom XVIII wieku pojęć, które w matematyce pojawiły się dopiero na przełomie XIX i XX wieku. W szczególności myśleli oni wtedy w kategoriach *wartości zmiennych wielkości*, a nie punktów należących do zbiorów. Ponadto Youschkevitch używa ważnych określeń „implicitly" i „not explicitly", a tekst Autora sugeruje, że chodzi o wyraźnie wyartykułowane pojęcie. Podejście Eulera (używane przez niego jedynie w przypadkach jednoznacznych, konkretnych funkcji) napotkało silny opór współczesnych mu matematyków, co objawiło się m.in. w słynnym sporze, czy $|x|$ jest funkcją, skoro jest zdefiniowana dwoma różnymi wzorami. Rozstrzygnął to Cauchy w 1844 r. pisząc, że przecież $|x|$ to $\sqrt{x^2}$, pierwiastek z kwadratu, a więc da się napisać jednym wzorem. Idea, że odcinek jest zbiorem punktów, pojawiła się dopiero w XIX wieku (Bolzano, potem Cantor). Sprawa ta jest jednak o tyle nieistotna z punktu widzenia celów recenzowanej pracy, że nie jest związana ani z Mac Lane'm (który nie zajmował się historią matematyki) ani z teorią kategorii.

Autor długo omawia pojęcie funkcji w ujęciu Mac Lane'a z jego książki z 1986 r. Nie pisze jednak, że podana tam definicja jest niezgodna z definicją podaną w standardowym od pół wieku polskim podręczniku *Wstęp do matematyki* H. Rasiowej, ani z definicją w książce K. Kuratowski, A. Mostowski, *Teoria mnogości* z 1952 r., ani z definicją w słynnej książce *Przegląd algebry współczesnej* napisanej w 1954 r. przez tegoż Mac Lane'a wspólnie z G. Birkhoffem. W owym ujęciu funkcję definiowano jako specjalny przypadek pojęcia relacji, tzn. jako pewien zbiór par; Mac Lane zaś, dla potrzeb topologii algebraicznej i morfizmów w kategoriach takich jak **Set**, dorzucił do tego kodziedzinę, która może być szersza od zbioru wartości funkcji.

Autor wielokrotnie używa słowa „równanie" tam, gdzie chodzi o równość. W matematyce i logice przyjęte jest, że *równość* (zwana także *tożsamością* lub *identycznością*) jest to relacja dwuczłonowa zachodząca między przedmiotem a nim samym (A. Mostowski, *Logika matematyczna*, s. 109); zazwyczaj używane jest to w sytuacjach, w których chodzi o dwa różne symbole oznaczające ten sam przedmiot (np. 4+3 i 7). Z drugiej strony wprawdzie równanie można określić jako formę zdaniową z co najmniej jedną zmienną wolną, ale w powszechnej praktyce matematyków w równaniu występuje z reguły wielkość niewiadoma, której szukamy, rozwiązując to równanie. Np. na s. 81, opisując definicję działania składania funkcji, Autor zapis $gf(x)=g(f(x))$ nazywa *równaniem*, jednakże w zupełnie analogicznej sytuacja logik H. Rasiowa pisze o *równości* $g(f(x))=x$, określającej funkcję g odwrotną do f (*Wstęp do matematyki*, s.44).

Podsumowanie opinii

Bartłomiej Skowron postawił oryginalny problem naukowy dotyczący nie tylko jawnej filozofii S. Mac Lane'a, ale też – co jest znacznie istotniejsze – jego filozofii niejawnej, ujawniającej się implicite w jego działalności matematycznej i w głoszonych poglądach o matematyce. Autor podał swe rozwiązanie tego problemu, stosując metody właściwe dla dyscypliny, której rozprawa dotyczy. Problem ten uważam za bardzo ambitny: Autor postanowił omówić krytycznie, a nawet polemicznie stanowiska filozoficzne Mac Lane'a, jednego z czołowych matematyków XX wieku, współtwórcy bardzo ważnej teorii współczesnej matematyki, jaką jest teoria kategorii, który ponadto wniósł fundamentalny wkład do wielu dziedzin matematyki, a zarazem znany jest z tego, że wielokrotnie publikował też wypowiedzi dotyczące natury matematyki i natury poznania matematycznego. Autor skutecznie wdał się w polemikę filozoficzną z pewnymi poglądami Mac Lane'a (przede wszystkich w kwestii platonizmu).

Praca zdecydowanie zasługuje na publikację. Moje uwagi krytyczne, które powyżej przedstawiłem, dotyczą w sumie kwestii drugorzędnych, nie mających wpływu na główne wyniki naukowe pracy.

Autor wykazał się należytą wiedzą teoretyczną w dyscyplinie naukowej; której dotyczy praca, a zarazem wykazał, że posiadł umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej.

Wniosek końcowy

Recenzowana praca doktorska Bartłomieja Skowrona „Postulaty metafilozofii matematyki i stopień ich realizacji w formalnym funkcjonalizmie Saundersa Mac Lane'a" spełnia wszystkie warunki stawiane pracom doktorskim. Wnoszę o jej przyjęcie i dopuszczenie Autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Zbigniew Semadeni